Inspectoratul şcolar judeţean Timiş

Universitatea de Vest din Timişoara
Facultatea de Matematică şi Informatică

Concursul interjudeţean de matematică "Traian Lalescu"
Ediţia a XXVIII-a
Timişoara, 21-23 martie 2014

clasa a VII-a

1. a) Aflaţi numerele naturale n pentru care numărul $n^4 + n^2 + 1$ este prim.
b) Demonstraţi că numărul

$$A = \frac{(2^4+2^2+1)(4^4+4^2+1)(6^4+6^2+1)...(100^4+100^2+1)}{(1^4+1^2+1)(3^4+3^2+1)(5^4+5^2+1)...(99^4+99^2+1)}$$

este natural.

2. Se consideră mulţimea A a tuturor tripletelor de numere naturale (x, y, z) cu proprietatea că x, y, z, $x+y-z$, $z+x-y$, $y+z-x$, $x+y+z$ sunt 7 numere prime distincte, iar $x+y = 800$ (un exemplu de astfel de triplet este $(13, 787, 797)$).
Pentru fiecare $(x, y, z) \in A$ se face diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic dintre cele 7 numere prime. Care este cea mai mare valoare pe care o poate avea această diferenţă?

3. Demonstraţi că diagonalele unui trapez sunt perpendiculare dacă şi numai dacă segmentul care uneşte mijloacele bazelor are lungimea egală cu semisuma lungimilor bazelor.

4. Se ştie că M şi N sunt respectiv mijloacele laturilor $[DC]$ şi $[BC]$ ale rombului $ABCD$, iar $m(\widehat{MAN}) = \frac{1}{2}m(\widehat{BAD})$.
a) Aflaţi $m(\widehat{ABC})$.
b) Demonstraţi că pentru orice puncte $U \in [DC], V \in [BC]$ astfel încât $BV = CU$ are loc egalitatea

$$m(\widehat{UAV}) = \frac{1}{2}m(\widehat{BAD}).$$

Subiect propus de conf.dr.Dorel Miheţ şi asist.dr.Claudia Zaharia

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii şi sunt punctate cu note cuprinse între 1 şi 10.
Timp de lucru - 3 ore

Succes!