



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 15.02.2014

Clasa a VIII-a

Problema 1

Să se afle numerele naturale care verifică relația:

$$9 \leq \sqrt{\sqrt{2n+2013} + \sqrt{2n+2009}} + \sqrt{\sqrt{2n+2013} - \sqrt{2n+2009}} < 10.$$

Problema 2

Fie $a, n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$. Demonstrați că fracția $\frac{a(n^2 - a + 1) - 1}{(a + 1)n^2 - a^2}$ este ireductibilă.

Problema 3

Fie piramida patrulateră VABCD, cu toate muchiile egale și baza ABCD.

- Arătați că ABCD este pătrat;
- Arătați că dreptele AF și CE nu sunt perpendiculare, unde E este mijlocul muchiei VA și F este mijlocul muchiei VB.

Problema 4

În cubul ABCDA'B'C'D' punctele M, N respectiv P sunt mijloacele muchiilor CC', A'D', respectiv C'D'. Aflați sinusul unghiului format de dreptele BM și NP.

Probleme selectate de Lung Ioan și Nicoara Florin

- Notă:** a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
b) Toate problemele sunt obligatorii.
c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.