Inspectoratul şcolar judeţean Timiş

Universitatea de Vest din Timişoara
Facultatea de Matematică şi Informatică

Concursul interjudeţean de matematică ”Traian Lalescu”
Ediţia a XXVIII-a
Timişoara, 21-23 martie 2014

clasa a IX-a

1. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale. Ştiind că $a_1 = 0,\ a_2 = 1$ şi că orice 3 termeni consecutivi a_n, a_{n+1}, a_{n+2} ai şirului sunt în progresie aritmetică pentru n impar, respectiv în progresie geometrică pentru n par, demonstraţi că
$$a_{2n} = n^2 \qquad \forall n \in \mathbf{N}^* \ .$$

2. Se consideră numerele reale x, y, z care satisfac relaţiile
$$|x| \leq \{y\} \leq [z] \ .$$
a) Demonstraţi că $x + z \geq 0$.
b) Dacă $x + z = 0$, determinaţi x, y, z.

3. Demonstraţi că pentru orice numere reale x, y, z are loc inegalitatea
$$x^2 + \frac{1}{3}y^2 + z^2 \geq x(y+z)$$
şi precizaţi în ce caz are loc egalitatea.

4. Fie $ABCD$ un patrulater, M mijlocul laturii $[BC]$, N mijlocul laturii $[CD]$ şi $\{P\} = AM \cap BN$. Notăm
$$m = \frac{PM}{AM} \ , \qquad n = \frac{BP}{BN} \ .$$
Demonstraţi că patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram dacă şi numai dacă
$$n = 2m = \frac{2}{5} \ .$$

Subiect propus de conf.dr. Gheorghe Silberberg

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii şi sunt punctate cu note cuprinse între 1 şi 10.
Timp de lucru - 3 ore

Succes!