Colegiul Naţional "Mircea cel Bătrân" Constanţa

Concursul Naţional de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediţia a XV-a, 30 mai 2014

Proba pe echipe

Clasele VII-VIII-IX

Runda I (30 minute)

1. Fie numerele $a=\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\cdot\left(\sqrt{\sqrt{3}-1}+\sqrt{\sqrt{3}+1}\right)$ şi $b=\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\left(\sqrt{\sqrt{3}-1}-\sqrt{\sqrt{3}+1}\right)$.

Calculaţi $a-b$.

2. Un dreptunghi se poate împărți în n pătrate egale. Același dreptunghi se poate împărți și în $n+76$ pătrate egale. Care sunt valorile posibile ale lui n?

3. Fie $a, b\in\mathbf{R}$ și ecuația $x^4-ax^3+2x^2-bx+1=0$. Se știe că ecuația are o rădăcină reală. Care este valoarea minimă a sumei a^2+b^2?

Notă:

Nu este necesară justificarea. Se punctează doar răspunsurile!

- Succes ! -

Colegiul Naţional "Mircea cel Bătrân" Constanţa

Concursul Naţional de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediţia a XV-a, 30 mai 2014

Proba pe echipe

Clasele VII-VIII-IX

Runda II (30 minute)

1. În triunghiul ABC de arie 72 cm^2, lungimile a două mediane sunt 9 cm şi respectiv 12 cm. Aflaţi lungimea celei de a treia mediane şi perimetrul triunghiului ABC.

2. Se consideră tabelul de mai jos:

10		
		9
	3	
11		17
	20	

Nouă dintre numerele 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 16, 18 şi 19 completează spaţiile libere astfel încât suma de pe fiecare linie este aceeaşi şi suma de pe fiecare coloană este aceeaşi. Completaţi tabelul.

3. Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x^2-x+1}$. Să se determine $a\in\mathbf{R}$ pentru care imaginea funcţiei f este $\operatorname{Im} f=[-5;3]$.

Notă:

Nu este necesară justificarea. Se punctează doar răspunsurile!

- Succes ! -

Colegiul Naţional “Mircea cel Bătrân”
Constanţa

Concursul Naţional de Matematică
“N. N. Mihăileanu”

Ediţia a XV-a, 30 mai 2014

Proba pe echipe

Clasele VII-VIII-IX

Runda III (30 minute)

1. În interiorul pătratului $ABCD$ de latură 6 cm se consideră punctul M la distanţe egale cu 1 cm de AB şi respectiv AC. Calculaţi lungimile segmentelor $[MA]$ şi $[MD]$.

2. Fie $VABC$ un tetraedru regulat de muchie a. Se prelungeşte muchia AB cu $BM = AB$, (B între A şi M), iar muchia AC se prelungeşte cu $CN = 2AC$, (C între A şi N). Calculaţi distanţa de la vârful A la planul (VMN).

3. Fie $x,\ y \in [-1,\ 1]$ şi $A = xy + x \cdot \sqrt{1-y^2} + y \cdot \sqrt{1-x^2} - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}$. Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul A?

Notă:

Nu este necesară justificarea. Se punctează doar răspunsurile!

- Succes ! -