R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a IX-a, uman

PROBLEMA 1

a) Determinaţi $n \in N^*$ *astfel încât* $1+2+3...+n \le 2014 \le 1+2+3+...+(n+1)$.

b)Dacă $a^2+2b=7$, $b^2+4c=-7$, $c^2+6a=-14$ *pentru* $a,b,c \in R$ *să se calculeze* $a^2+b^2+c^2$.

PROBLEMA 2

a) Fie proporţia $\frac{1}{a}=\frac{343}{x}$ *unde* $a=\frac{1}{7\cdot 13}+\frac{1}{13\cdot 19}+....+\frac{1}{43\cdot 49}$. *Să se determine valoarea lui* x

b) Se ştie că $\frac{x^2+y^2}{xy}=8$. *Calculaţi valoarea expresiei* $(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

PROBLEMA 3

Se consideră numărul real cum $s=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+....+\frac{1}{3^{2013}}$. *Să se calculeze* $\left[s-\frac{1}{2}\right]$

PROBLEMA 4

La un concurs de matematică din cei 40 *de elevi participanţi* 25 *elevi au rezolvat prima problemă,* 30 *elevi au rezolvat a două problemă,* 35 *elevi au rezolvat problema a treia şi* 33 *elevi au rezolvat a patra problemă. Să se arate că cel puţin trei elevi au rezolvat toate cele patru probleme.*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a X-a, uman

PROBLEMA 1

a) Se consideră numerele reale $a = \lg 2$ *şi* $b = \lg 3$. *Să se demonstreze că* $(2-2a)\log_{25} 12 = 2a + b.$

b) Determinaţi valoarea de adevăr a enunţului $\sqrt{9+4\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}} \in \mathrm{N}$.

PROBLEMA 2

Se consideră expresia $E(x) = 8x^2 - x^4, x \in R$ *şi numărul* $a = 1+\sqrt{3}.$

a) Arătaţi că E(a) este un număr natural.

b) Arătaţi că numărul $b = \left|3 - E(2^{\frac{1}{4}})\right| - \sqrt{128}$ *este întreg.*

PROBLEMA 3

Arătaţi că, pentru orice $x, y > 0, x \neq y$, *valoarea expresiei:*

$$E(x, y) = \frac{x - x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} - \sqrt{xy} + \sqrt{y}}$$ *este constantă.*

PROBLEMA 4

Andrei are într-o cutie 46 de bomboane roz, 20 galbene şi 21 verzi. El alege două bomboane la întâmplare. Dacă bomboanele au aceeaşi culoare le mănâncă, dacă au culori diferite le pune înapoi în cutie. Ce culoare are ultima bomboană rămasă în cutie?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a XI-a, uman

PROBLEMA 1

Un profesor a corectat la examenul de bacalaureat 50 de lucrări. Făcând media notelor,a obținut 5,02. Un coleg i-a atras atenția că nu a adunat punctul acordat din oficiu la fiecare lucrare. Ce medie va obtine la lucrări după acordarea acelui punct?

PROBLEMA 2

La olimpiada de matematică elevii unei şcoli au obţinut următoarele rezultate grupate în tabelul de mai jos:

Punctaj (x_i)	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)
Frecvenţa (n_i)	16	26	35	47	24	13

a) Să se completeze tabelul cu frecvenţele absolute cumulate crescător;
b) Să se calculeze valoarea medie a seriei statistice;
c) Să se calculeze mediana şi să se compare cu valoarea medie.

PROBLEMA 3

La un concurs de matematică, din totalul participantilor 78% au rezolvat primul subiect, 72% pe cel de-al doilea, 50 de elevi au rezolvat ambele subiecte şi nu au existat elevi care să nu fi rezolvat niciunul din cele două subiecte. Câţi elevi au participat la concurs?

PROBLEMA 4

La teza de matematică de pe trimestrul I

În clasa a XI-a A s-au obţinut următoarele note:

Nota	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Număr elevi	1	2	8	5	7	6

Iar în clasa a XI-a B s-au obţinut următoarele note:

Nota	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Număr elevi	2	3	1	8	5	7	4

a) Care clasă este cea mai bună? (are media mai mare)
b) Care clasă are dispersia mai mică? (este mai omogenă)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a XII-a, uman

PROBLEMA 1

Se consideră funcția $f: R \to M_2\,(\boldsymbol{R}), f(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2+2x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a)Să se calculeze $f(0) + f(1)$

b)Să se arate ca $f(1) \cdot f(-1) = I_3$ *unde,* $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c)Să se demonstreze ca $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ *oricare ar fi* $x, y \in R$

PROBLEMA 2

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ *si* $X(a) = I_2 + a \cdot A$

a)Să se verifice ca $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$*, oricare ar fi numerele* $a, b \in \boldsymbol{R}$

b)Să se calculeze suma $X(1) + X(2) + \cdots + X(2008)$.

PROBLEMA 3

In multimea $M_2(\boldsymbol{R})$ *notam cu* A^t *transpusa matricei A*

a)Să se calculeze $I_2 + I_2^t$ *unde* $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b)Să se demonstreze ca pentru orice $A \in M_2\,(R)$ *şi* $m \in R$ *are loc relația* $(mA)^t = m \cdot A^t$

c)Să se determine matricele $A \in M_2R$ *pentru care* $A + A^t = O_2$ *unde* $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

PROBLEMA 4

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a)Demonstrați ca $A^3 = O_3$ *și calculați* $2A + 3A^2 + 4A^3 + \ldots + 2011A^{2010}$

b)Calculați $(I_3 + A)^n$ *, oricare ar fi* $n \in N^*$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.