CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR " 25 oct 2014

Soluții și barem de corectare

Clasa a-V-a

10 puncte din oficiu

Subiectul I

1	2	3	4	5	6
b	c	c	a	c	a

Subiectul II

1. $2^{345} = 8^{115}$ ……………………………………………………………………………….3p
   $3^{234} = 9^{117}$ ……………………………………………………………………………….3p
   $8^{116} = (8^{58})^2$ ……………………………………………………………………………….4p
   $9^{116} = (9^{58})^2$ ……………………………………………………………………………….4p
   Finalizarea ……………………………………………………………………………1p

2. Teorema împărţirii cu rest $n = 6\cdot c_1 + 5$ ……………………………………………………..3p
   Teorema împărţirii cu rest $n = 8\cdot c_2 + 3$ ……………………………………………………..3p
   $4\cdot c_2 = 3\cdot c_1 + 1$ ………………………………………………………………2p
   Concluzia: c_1 număr impar ………………………………………………………………5p
   n+1 par ……………………………………………………………5p
   Finalizarea ……………………………………………………………………2p

3. Suma cifrelor lui A să fie mai mare decât suma cifrelor numărului A + 1……………………….3p
   Ultimele n, $n \geq 1$, cifre ale lui A sunt 9……………………………………………………………2p
   Notăm S suma cifrelor lui A, diferite de 9. Suma cifrelor lui A + 1 = S +1……………………..4p
   $S + 9n = 3(S + 1)$ ………………………………………………3p
   n=1 rezultă numerele 39, 309, 3009……………………………………………………………5p
   n=2, $S \notin N$ …………………………………………………………………………………………..3p
   n=3, S = 12, imposibil ptr ca A are 4 cifre…………………………………………………………3p
   Finalizarea…………………………………………………………………………………………………2p

Nota : orice altă soluție corectă este notată cu punctajul maxim

CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR " 25 oct 2014

Soluții și barem de corectare

Clasa a-VI-a

10 puncte din oficI

Subiectul I

1	2	3	4	5	6
b	c	c	a	a	d

Subiectul II

1. $n = 95 \cdot c + 71$ 4p

   $n = 19 \cdot q + r$, $0 \le r < 19$ 4p

   Din $95 \cdot c + 71 = 19 \cdot q + r \Rightarrow r = 95 \cdot c + 71 - 19 \cdot q$ 4p

   $r = 95 \cdot c + 76 - 5 - 19 \cdot q \Rightarrow r + 5 = 19(5c - q + 4) \Rightarrow (r+5) \vdots 19$ 4p

   r = 14 .... 4p

2. Fie $b = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot .... \cdot \frac{9998}{9999} \cdot \frac{10000}{10001}$ 5p

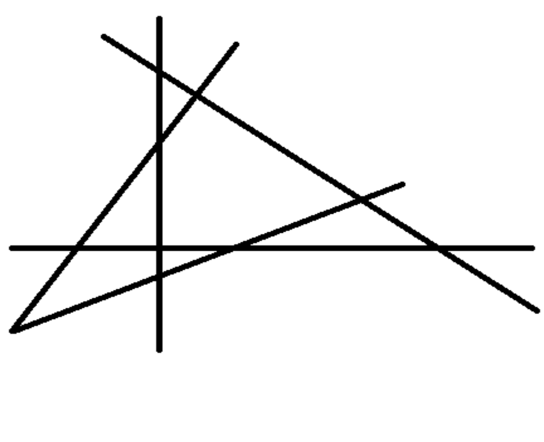
   Observam ca $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}; \frac{4}{5} < \frac{6}{7}; ....; \frac{9998}{9999} < \frac{10000}{10001}$ 5p

   Inmultirea inegalitatilor de mai sus $\Rightarrow a < b$ 5p

   a< b$\,|\cdot a \Rightarrow a^2 < ab = \frac{1}{10001} < \frac{1}{10000}$ 6p

   Finalizarea 4p

3. Realizarea desenului corect...15p



Nota : orice altă soluție corectă este notată cu punctajul maxim

CONCURSUL DE MATEMATICĂ “ LOUIS FUNAR “ 25 oct 2014

Soluții și barem de corectare
Clasa a-VII-a
10 puncte din oficiu
Subiectul I

1	2	3	4	5	6
c	**c**	**a**	**b**	**a,b,c,d**	**d**

Subiectul II

1. $\frac{a_k x_k}{x_k+1} = a_k - \frac{a_k}{x_k+1}$ 5p

$\frac{a_1 x_1}{x_1+1} + \frac{a_2 x_2}{x_2+1} + ... + \frac{a_n x_x}{x_n+1} = (a_1 + a_2 + ... + a_n) - \left(\frac{a_1}{x_1+1} + \frac{a_2}{x_2+1} + ... + \frac{a_n}{x_n+1}\right)$....8p

Finalizarea 2p

2.

Fie S = $a_1 + a_2 + ... + a_{100}$ 2p

Adunând fiecare membrii din partea stângă a inegalităţii obţinem S – 3S + 2S = 0 ....2p

Deoarece S = 0, avem că fiecare membru stâng al inegalităţi este 0 ....2p

$a_1 - 3a_2 + 2a_3 = 0 \Rightarrow a_1 - a_2 = 2(a_2 - a_3)$ 2p

Analog $a_2 - a_3 = 2(a_3 - a_4), ..., a_{100} - a_1 = 2(a_1 - a_2)$ 2p

Prin înmulţirea acestor egalităţi obţinem

$(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)...(a_{100} - a_1) = 2^{100}(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)...(a_{100} - a_1)$ 2p

Deci, $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)...(a_{100} - a_1) = 0$ 2p

Presupunem că $a_1 - a_2 = 0 \Rightarrow a_1 = a_2$ 2p

Dacă $a_1 - a_2 = 0 \Rightarrow a_2 - a_3 = 0$ 2p

Finalizarea 2p

3.a. m$(\angle MBA) = 15^0 \Rightarrow m(\angle MBC) = 30^0$ 2p

m$(\angle MCA) = 30^0 \Rightarrow m(\angle MCB) = 15^0$ 2p

Fie CP bisectoarea $\angle ACM, P \in BM$ 2p

$\Delta CPB\ isoscel \Rightarrow CP \equiv PB \Rightarrow m(\angle CPB) = 120^0$ 2p

$\Delta APC \equiv \Delta APB (LLL) \Rightarrow m(\angle CPA) = m(\angle APB) = 120^0$ 2p

$m(\angle CAP) = 45^0$ (1) 2p

$\Delta CPA \equiv \Delta CPM (ULU) \Rightarrow$ AP = PM $\Rightarrow$ ΔAPM isosce 2p

ΔAPM isoscelm$(\angle$APM$) = 120^0 \Rightarrow m(\angle PMA) = m(\angle PAM) = 30^0$ (2) ...4p

$m(\angle MAC) = 75^0$ 2p

b. ΔAQM drept, $m(\angle AMQ) = 30^0 \Rightarrow AQ = \frac{AM}{2}$ 2p

$\Delta AMB\ isoscel \Rightarrow AM \equiv MB$ 1p

$\frac{AQ}{MB} = \frac{1}{2}$ 2p

Nota : orice altă soluție corectă este notată cu punctajul maxim

CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR " 25 oct 2014

Soluții si barem de corectare
Clasa a-VIII-a
10 puncte din oficiu
Subiectul I

1	2	3	4	5	6
c	b	b	a	d	a

Subiectul II

1. a. $x^3 - xy^2 + 2z^3 - 2xy^2 \geq 0$ ……………………………………………………………..3p
   $x(x^2 - y^2) - 2y^2(x-y) \geq 0$ ……………………………………………………………..3p
   $(x-y)[x(x+y) - 2y^2] \geq 0$ ……………………………………………………………..3p
   $(x-y)^2(2x+y) \geq 0$ ……………………………………………………………..3p
   b. $a^3 + 2b^3 \geq 3ab^2$ ……………………………………………………………..2p
   Scrierea celorlalte doua inegalitati analoage…………………………………………………………….2p
   Adunarea celor trei inegaliatati…………………………………………………………………………….2p
   Finalizare………………………………………………………………………………………………….2p
2. Numirea persoanelor ce au strans un numar par de maini ca " persoane pare" si a celor care au strans un numar impar de maini ca "persoane impare" ………..2p
   Numarul initial al persoanelor impare a fost 0 ………..2p
   Prima strangere de mana produce doua personae impare ………..2p
   Daca o strangere de mana se produce intre doua persoane pare, atunci numarul persoanelor impare creste cu 2 ………..2p
   Daca o strangere de mana se produce intre doua persoane impare, atunci numarul acestora scade cu 2 ………..2p
   Daca se produce o strangere de mana intre o persoana para si una impara, atunci persoana para devine impara si invers ………..2p
   Deci, paritatea numarului de persoane impare nu se schimba ………..2p
   Finalizarea ……….1p
3. m$(\angle ABC) = 96^0$ ………………………………………………4p
   Fie AB = a ………………………………………………3p
   Fie $M \in (AD)$ a.i. $m(\angle BMA) = 30^0 \Rightarrow BM = 2a$ ………………………………3p
   ΔBCM isoscel $m(\angle MBC) = 36^0 \Rightarrow m(\angle BMC) = m(\angle BCM) = 72^0$ ……………3p
   $m(\angle CMD) = m(\angle CDM) = 78^0 \Rightarrow CM \equiv CD$ …………………………………3p
   Fie CQ bisectoarea unghiului BCM ……………..2p
   ΔCQD echilateral ………………………..2p
   Q centrul cercului circumscris triunghiului BCD ………………………..2p
   $m(\angle QBD) = 6^0$ ………………………..2p
   $m(\angle ABD) = 66^0$ …………………..1p

Nota : orice altă soluție corectă este notată cu punctajul maxim

CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR " 25 oct 2014

Soluții si barem de corectare
Clasa a-IV-a
10 puncte din oficiu
Subiectul I

1	2	3	4	5	6
a	c	b	b	d	a

Subiectul II

1. Apridem prima lumanare la un capat si a doua lumanare la ambele capete...............10p

   Vor trece patru minute pana cand a ars complet a doua lumanare..............................5p

   In acest moment prima lumanarea a ars pana la jumatate..5p

   Aprindem prima lumanare si la celalalt capăt 5p

   Astfel prima lunamare va mai arde 2 minute 5p

   Timpul total de ardere este 4+ 2 = 6 minute 5p

2. $\overline{ab} = 10a + b$ 5p

   $\overline{ba} = 10b + a$ 5p

   $\left(\overline{ab} + \overline{ba}\right) : (a+b) = 11 \cdot (a+b) : (a+b)$ 5p

   Ecuaţia devine 11 = x – 2002 .... 5p

   x= 2013 ....5p

Nota : orice altă soluție corectă este notată cu punctajul maxim