OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
14.02.2015

CLASA a V-a
Soluții şi barem de corectare

SUBIECTUL I
a) Dacă se stabileşte că termenul general are forma $T_n= 3(n-1) + 1$,

atunci $T_{22}= 3(22-1) + 1= 64$ care este pătrat perfect. .... 4p.

Dacă nu se foloseşte termenul general şi se face efectiv enumerarea, se poate găsi al 22-lea termen şi se acordă cele 4 p.

b) $T_{2015}= 3(2015-1) + 1= 6043$ 3p

Barem: a) 4p
b) 3p

SUBIECTUL II
x : 12= a, rest 10; deci x= 12a + 10. .... 1p

Deoarece numerele sunt cuprinse între 400 şi 600, apar astfel:

$12 \cdot 33 + 10 = 406$

$12 \cdot 34 + 10$

$12 \cdot 35 + 10$

.
.
.

$12 \cdot 49 + 10 = 598$. 2p

- justificarea că sunt 17 numere 1p

Adunând relațiile, obținem $12(33+34+35+..... +49) +10 \cdot 17$ 1p

$12 (S_{49} – S_{32}) + 170 = 8534$ 2p

Barem: 7p

SUBIECTUL III
A={ 1,3,7,15,31,63,........} si B={1,2,4,8,16,32,..........}

a) cu excepția lui 1, B conține doar numere pare, iar A conține doar numere impare. Singurul element comun poate fi 1. .... 1p
Observație :Dacă elevul nu explică complet ci doar scrie că pentru m=1 ⇒n=1⇒ $A \cap B =\{1\}$ atunci se acordă 0,5 p.
b) Dacă m=2 ⇒ n∈ {1,2} ⇒ A={1,3} si B={1,2}, atunci AUB={1,2,3}, singura care are numere consecutive 2p

c) 1023 ∈A, deci 2^n -1=1023, n=10 deci m=10. .... 2p

d) y=2^{n-1} este p.p. dacă n-1 este par.

Primele 8 p.p. se obțin pentru primii 8 exponenți pari, adică

n-1∈{0,2,4,6,8,10,12,14}, n∈{1,3,5,7,9,11,13,15}

Valoarea maximă a lui m este16. ....2p

Observație: Dacă un elev consideră m=15 în loc de m=16 atunci se acordă ….1,75p

Barem: a) 1p
b) 2p
c) 2p
d) 2p

SUBIECTUL IV

Are loc $n=\overline{11\ldots1}+\overline{22\ldots2}+\ldots+\overline{88\ldots8}+\overline{99\ldots9}=(1+2+\ldots+8+9)\cdot\overline{11\ldots1}$ ……….1 punct .

$1+2+\ldots+8+9=45$ ………..2 puncte .

Obţinem $n=45\cdot\overline{11\ldots1}$, ………..2 puncte .

relaţie ce ne conduce la $n=\overline{499\ldots95}$, număr ce are 2016 cifre ………...1 puncte .

Finalizare, n conţine 2014 cifre de 9 …………1 punct .

Barem: 7p