

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
14.02.2015

CLASA a VII-a
BAREM

SUBIECTUL I

$$\frac{5-3}{3 \cdot 5} + \frac{7-5}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{n-(n-2)}{(n-2) \cdot n} = \frac{332}{999} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{5}{3 \cdot 5} - \frac{3}{3 \cdot 5} + \frac{7}{5 \cdot 7} - \frac{5}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{n}{(n-2) \cdot n} - \frac{(n-2)}{(n-2) \cdot n} = \frac{332}{999} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} = \frac{332}{999} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{n} = \frac{332}{999} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{332}{999} = \frac{1}{n} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{1}{999} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 999 \dots\dots\dots 1p$$

SUBIECTUL II

a) Cea mai mică sumă posibilă ce se poate obține este $-4\sqrt{2015}$2P
Se arată că $\sqrt{2015}$ este irațional apoi folosim faptul că produsul dintre un număr rațional nenul și un număr irațional este număr irațional.....1P

b) Este posibil

0	$\sqrt{2015}$	$-\sqrt{2015}$	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	$-\sqrt{2015}$	$\sqrt{2015}$	0

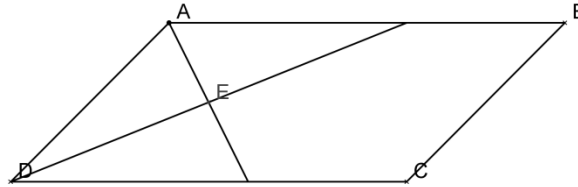
.....2P

c) Nu este posibil. În fiecare din sume participă numerele $0, \sqrt{2015}$ și $-\sqrt{2015}$. Rezultă că sumele posibile sunt $-4\sqrt{2015}, -3\sqrt{2015}, -2\sqrt{2015}, -\sqrt{2015}, 0, \sqrt{2015}, 2\sqrt{2015}, 3\sqrt{2015}, 4\sqrt{2015}$, exact 9 numere.....1P

Cum avem 10 sume rezultă conform principiului lui Dirichlet că cel puțin două sume sunt egale..1P

SUBIECTUL III

Considerăm paralelogramul $ABCD$ și bisectoarele unghiurilor $\angle BAD, \angle ADC$ ce se intersectează în punctul E , conform desenului.



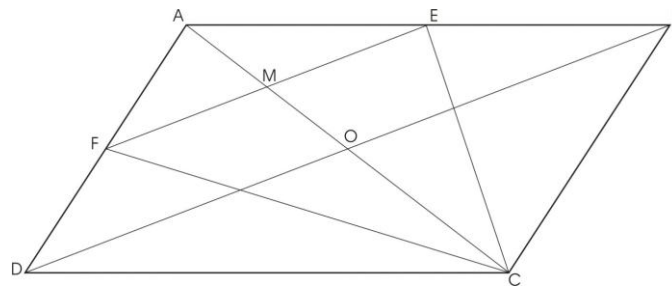
$\angle BAD$ și $\angle ADC$ unghiuri consecutive..... 1 punct
 $m(\angle BAD) + m(\angle ADC) = 180^\circ$ 2 puncte

$$m(\angle EAD) + m(\angle EDA) = \frac{1}{2}m(\angle BAD) + \frac{1}{2}m(\angle ADC) = \frac{1}{2}[m(\angle BAD) + m(\angle ADC)] = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$$

..... 2 puncte

$$m(\angle AED) = 180^\circ - [m(\angle EAD) + m(\angle EDA)] = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \dots\dots\dots 2 \text{ puncte.}$$

SUBIECTUL IV



În triunghiul ABD, $[FE]$ este linie mijlocie (pe baza definiției). 1p

Deci, $FE \parallel BD$.

În triunghiul ADO, $[FM]$ este linie mijlocie (pe baza teoremei reciproce). 1p

În triunghiul ABO, $[EM]$ este linie mijlocie (pe baza teoremei reciproce).

$ABCD$ paralelogram $\Rightarrow [DO] \equiv [OB]$ 1p

Rezultă că $FM = \frac{DO}{2}$ și analog $EM = \frac{OB}{2}$, ceea ce conduce la $FM = ME$. 1p

În triunghiul FEC isoscel, $[CM]$ este mediană, deci și înălțime. 1p

$CM \perp FE$ și $FE \parallel BD \Rightarrow CM \perp BD$. 1p

Paralelogramul cu diagonalele perpendiculare este romb. 1p