

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
14.02.2015

CLASA A VIII-A

SUBIECTUL I

Fie numerele reale x și y , astfel încât $x + y \geq 3$.

a) Arătați că $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 > 12$.

b) Aflați valoarea minimă a expresiei $E(x) = (x - 1)^4 + (y + 2)^4$.

SUBIECTUL II

a) Fie numerele raționale pozitive x și y , astfel încât $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ este număr rațional. Arătați că \sqrt{x} și \sqrt{y} sunt numere raționale.

b) Rezolvați în $N \times N$ ecuația: $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+1}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}-2} = \frac{2}{3}$.

SUBIECTUL III

Considerăm piramida $VABC$, cu baza triunghiul ABC echilateral. Semidreptele $[AX, [BY, [CZ$ sunt bisectoare ale unghiurilor $\widehat{VAB}, \widehat{VBC}$, respectiv \widehat{VCA} , unde $X \in (VB), Y \in (VC)$ și $Z \in (VA)$. Arătați că piramida este regulată dacă și numai dacă planele (ABC) și (XYZ) sunt paralele.

SUBIECTUL IV

Fie VA , o dreaptă perpendiculară pe planul unui triunghi ABC , cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $m(\hat{B}) = 75^\circ$, $BC = 4(\sqrt{3} + 1)$ cm și $VA = 25\% \cdot BC$. Să se afle:

a) Distanța de la punctul V la dreapta BC .

b) Distanța dintre dreptele AC și VB .

(Considerăm cunoscut faptul că $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;

Nu se acordă puncte din oficiu;

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.