

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
15 februarie 2015
CLASA a VIII-a

1. a) (3p) Descompuneți în factori numărul $4n^4 + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.
b) (4p) Determinați partea întreagă a numărului $A = \frac{4}{5} + \frac{8}{65} + \frac{12}{325} + \dots + \frac{4n}{4n^4 + 1}$, $n \in \mathbb{N}^*$.
2. a) (3p) Demonstrați că $2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 2\sqrt{k+1}$, pentru orice numere $k \geq 0$.
b) (4p) Arătați că: $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}} < 90$.
3. Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare, M mijlocul segmentului (BC) și $N \in (AC)$, cu $AC = 3AN$. Un plan α ce conține dreapta AD intersectează segmentul (BN) în P . Arătați că $MN \parallel \alpha$ dacă și numai dacă P este mijlocul segmentului (BN) .
4. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$ și $P \in (AD)$. Dacă $AE \perp BP$ și $CF \perp BP$, $E, F \in (BP)$, demonstrați că $[C'E] \equiv [D'F]$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.