

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ**

Suceava, 15 februarie 2015

**Clasa a-X-a - profil tehnic, profil servicii și resurse naturale și protecția mediului, profil
real-specializarea științele naturii**

1. Fie z_1, z_2 soluțiile complexe ale ecuației $z \cdot \bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 20 + 8i$.

a) (3p) Aflați z_1, z_2 ;

b) (2p) Calculați $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$;

c) (2p) Arătați că $z_1^2 + z_2^2 \in \mathbb{R}$.

2. Fie $E(x, y) = \sqrt{x^2 + 4x + 13} + \sqrt{y^2 - 26y + 313}$.

a) (3p) Arătați că $E(x, y)$ are sens, $\forall x, y \in \mathbb{R}$;

b) (2p) Calculați valoarea minimă a expresiei;

c) (2p) Aflați valorile reale ale lui x și y pentru care expresia devine minimă.

3. Fie $a, b, c \in (1, \infty)$.

a) (4p) Arătați că $\log_c \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{\log_c a \cdot \log_c b}$;

b) (3p) Arătați că $\log_c \frac{a+b}{2} \cdot \log_a \frac{b+c}{2} \cdot \log_b \frac{a+c}{2} \geq 1$.

4. Fie $a = \lg 2, b = \lg 3$ și $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$.

a) (2p) Arătați că $\log_{27}(\lg 150)^3 = \log_3(\lg 150)$;

b) (2p) Arătați că $\lg 150 = 2 - a + b$;

c) (3p) Arătați că $x = 2 - a + b$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect primește un punctaj de la 0 la 7.

Timp de lucru efectiv 3 ore.