Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XV-a
Galaţi, 25 octombrie 2014

Clasa a VIII -a

Problema 1.

a) Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care avem $\frac{5-|x-3|}{|x-2|} \geq 0$.

b) Să se demonstreze că $E=\sqrt{x^2+y^2+4\cdot x+4}+\sqrt{x^2+y^2-6\cdot x-2\cdot y+10}$ are valoare constantă dacă $x\in[-2;3]$ şi $x-5\cdot y+2=0$.

Mirela Grigore, profesor, Galaţi

Problema 2.

a) Fie $ABCD$ un patrulater convex cu unghiurile $\sphericalangle BAD$ şi $\sphericalangle BCD$ suplementare. Pe semidreapta opusă semidreptei $(DC$ se consideră punctul E astfel încât $\sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle BAC$.
Să se demonstreze:
i. $AB\cdot EC = AC\cdot BD$
ii. $AC\cdot BD = AB\cdot CD + BC\cdot AD$

(* * *)

b) Fie O centrul cercului circumscris unui triunghi ascuţitunghic ΔABC, $A^{'}, B^{'}, C^{'}$ mijloacele laturilor $[BC], [CA]$, respectiv $[AB]$, iar $A^{''}, B^{''}, C^{''}$ punctele de intersecţie dintre semidreptele $[OA^{'}$, $[OB^{'}$, respectiv $[OC^{'}$ cu cercul circumscris triunghiului ΔABC.

Să se arate că $A^{'}A^{''}+B^{'}B^{''}+C^{'}C^{''}=\frac{A_{[A^{''}BC]}+A_{[B^{''}CA]}+A_{[C^{''}AB]}}{p}+R$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ΔABC, p este semiperimetrul triunghiului ΔABC, iar prin $A_{[XZY]}$ înţelegem aria triunghilui ΔXZY.

Cătălin Barbu , profesor doctor, Bacău

Problema 3

a) Să se demonstreze că pentru orice număr prim p, numărul $\underbrace{11...1}_{p\ ori}\underbrace{22...2}_{p\ ori}\underbrace{33...3}_{p\ ori}...\underbrace{99...9}_{p\ ori}-123456789$

se divide prin p.

(* * *)