BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE- clasa a V-a

1. $n=9\cdot \overline{aa}+r$ și $r\in\{0, 1, 2, .., 8\}$ $a\in\{1, 2, .., 8, 9\}$ (1)

$n+96=4\cdot \overline{bbb}+s$ și $s\in\{0, 1, 2, 3\}$ $b\in\{1, 2, .., 8, 9\}$ (2) …………………………………………..1p

Din prima relație, $n\leq 899\Rightarrow n+96\leq 995$ 1p

$4\cdot \overline{bbb}+s\leq 995\Rightarrow b\in\{1, 2\}$……………………………………………………………….…..1p

Dacă $b=1\Rightarrow n+96\in\{444, 445, 446, 447\}\Rightarrow n\in\{348, 349, 350, 351\}$ …………………………1p

Numerele 348, 349, 350,351 la împărțirea cu 9 nu dau câtul de forma $\overline{aa}$……………………1p

Dacă $b=2\Rightarrow \Rightarrow n\in\{792, 793, 794, 795\}$ …………………………………..…………………1p

Numerele 792, 793, 794,795 verifică relația (1) deci sunt soluția problemei …………………1p

2. a) $56565656\cdot 201520152015 = 565656565656\cdot 20152015 \Leftrightarrow$

$56\cdot 1010101\cdot 2015\cdot 100010001=56\cdot 10101010101\cdot 2015\cdot 10001$…………………………………2p

$56\cdot 101\cdot 10001\cdot 2015\cdot 10001\cdot 10001=56\cdot 101\cdot 100010001\cdot 2015\cdot 10001$……………….1p

$56\cdot 101\cdot 10001\cdot 2015\cdot 10001\cdot 10001=56\cdot 101\cdot 10001\cdot 10001\cdot 2015\cdot 10001$………………1p

b) $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$…………………………………………………………………………1p

$55^3=55^2(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2)=55^2+(55\cdot 2)^2+(55\cdot 3)^2+(55\cdot 4)^2+(55\cdot 5)^2$…………………………….....2p

3. a) Pentru scrierea numerelor din primele 55 de linii se folosesc 1+2+3+…+55 numere ………..1p

$1+2+3+…+55=55\cdot 56:2=1540$ (1)…………………………………………………………...…1p

Linia a 56-a începe cu al 1541 –lea număr impar…………………………………………...1p

Linia a 56-a începe cu $2\cdot 1540+1=3081$ (2)…………………………………………………...1p

b) $S=(2\cdot 1540+1)+(2\cdot 1540+3)+…+(2\cdot 1540+111)$……………………………………………1p

$S=175616$…………………………………………………………………………..………..2p

4. a) Presupunem prin reducere la absurd că există două submulțimi disjuncte A și B ale lui M, astfel încât $A\cup B=M$ și produsul elementelor din A să fie egal cu produsul elementelor din B. Atunci produsul elementelor din M va fi un pătrat perfect (1)..1p

Produsul elementelor lui M este $(5^{45}3^{45}4^{45})^{81}$ care nu este un pătrat perfect , deci contrazice (1)……………………………………………...2p

b) $(2^a\cdot 3^b\cdot 4^c)\cdot (2^m\cdot 3^n\cdot 4^p)$ este pătrat perfect dacă $m+a$ și $n+b$ sunt pare ($4^m\cdot 4^p=(2^{m+p})^2$ care este epătrat perfect...1p

$2^x\cdot 3^y$ pot avea 4 forme $2^x\cdot 3^y\in\{2^{par}\cdot 3^{par}, 2^{par}\cdot 3^{impar}, 2^{impar}\cdot 3^{par}, 2^{impar}\cdot 3^{impar}\}$……………………1p

O submultime cu 5 elemente a lui M , conform principiului lui Dirichlet conține două elemente care au aceeași formă , deci produsul celor două elemente va fi de forma $2^{par}\cdot 3^{par}\cdot 4^k$, deci un pătrat perfect..2p