BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE- clasa a VIII-a

1. $a(2b^2-a^2) \in Q \Rightarrow (a(2b^2-a^2))^2 \in Q \Rightarrow 4a^2b^4+a^6-4a^4b^2 \in Q$ (1)……………………………………1p

$b(2a^2-b^2) \in Q \Rightarrow (b(2a^2-b^2))^2 \in Q \Rightarrow 4b^2a^4+b^6-4b^4a^2 \in Q$ (2)…………………………………..…..1p

Din (1) și (2) $\Rightarrow a^6+b^6 \in Q$.(3)……………………………………………………………..…1p

$a^3+b^3 \in Q \Rightarrow (a^3+b^3)^2 \in Q \Rightarrow a^6+b^6+2a^3b^3 \in Q$.(4)………………………………………….…1p

Din (3) și (4) $\Rightarrow a^3b^3 \in Q$.(5)……………………………………………………………..1p

$a(2b^2-a^2)+b(2a^2-b^2)+(a^3+b^3) \in Q \Rightarrow 2ab(a+b) \in Q$ (6)…………………………………...…..1p

Din (5) și (6) și $ab \neq 0$și $a+b\neq 0$ $\Rightarrow \frac{a^3b^3}{ab(a+b)} \in Q \Rightarrow \frac{a^2b^2}{a+b} \in Q$; pentru $ab=0$ evident……………………1p

2. $\left[\sqrt{n^2+2n+2}\right]=n+1$..2p

Primele două zecimale ale unui număr pozitiv x sunt $[(x-[x])\cdot 100]$ unde prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a lui a...1p

Primele două zecimale ale lui $\sqrt{n^2+2n+2}$ sunt zerouri dacă $0\leq \sqrt{n^2+2n+2}-(n+1)<0{,}01$.......1p

$(n+1)<\sqrt{n^2+2n+2} \Leftrightarrow n^2+2n+1<n^2+2n+2$..1p

$\sqrt{n^2+2n+2}<(n+1{,}01) \Leftrightarrow n^2+2n+2<n^2+2{,}02n+1{,}0201$..1p

n> 48,995, n natural cel mai mic, rezultă n=49..1p

3. Paralela prin *A* la *BC* intersectează pe *A' C'* în *M* și pe *A' B'* în *N*...1p

$\Delta AC'M \sim \Delta BC'A' \Rightarrow \frac{AC'}{C'B}=\frac{AM}{BA'}$ (1) 1p

$\Delta AB'N \sim \Delta CB'A' \Rightarrow \frac{CB'}{B'A}=\frac{CA'}{AN}$ (2) 1p

Teorema lui Ceva în $\Delta ABC \Rightarrow \frac{AC'}{C'B}\cdot\frac{BA'}{A'C}\cdot\frac{CB'}{B'A}=1$ (3)..1p

Din (1) , (2) și (3) $\Rightarrow MA=AN$, dar ($A'A$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle B'A'C'$ deci $\Delta A'NM$ este isoscel și $A'A\perp MN$; $MN \parallel BC$ deci $A'A\perp BC$..1p

finalizare..2p

4. Fie *R*, *S*, *T* intersecțiile dreptelor *BM*, *CM*, *DM* cu laturile *CD*, *BD*, respectiv *BC*.

Aplicând t.f.a. în △ABR pentru ME//AB ⇒ $\frac{RM}{RB}=\frac{RE}{RA}$ Analog $\frac{SM}{SC}=\frac{SF}{SA}$; $\frac{TM}{TD}=\frac{TG}{TA}$ (1) 1p

Planul (*ASR*) interesctează planele paralele (*GEF*) și (*BGC*) după dreptele paralele *FE* și *SR*; Analog *GF*//*TS* și *GE*//*TR* (2)...1p

Din (2) Aplicând Thales în triunghiurile *ASR*, *AST*, *ATR*, obținem: $\frac{RE}{RA}=\frac{SF}{SA}=\frac{TG}{TA}$ (3)............................1p

Din (1) și (3) ⇒ $\frac{RM}{RB}=\frac{SM}{SC}=\frac{TM}{TD}$ (4)..1p

Dacă *M* ∈Int △*BCD* atunci $\frac{RM}{RB}+\frac{SM}{SC}+\frac{TM}{TD}=\frac{S_{MCD}}{S_{BCD}}+\frac{S_{MBD}}{S_{BCD}}+\frac{S_{MCB}}{S_{BCD}}=\frac{S_{ABC}}{S_{BCD}}=1$ (5)......................................1p

Din (4) și (5) ⇒ $\frac{RM}{RB}=\frac{SM}{SC}=\frac{TM}{TD}=\frac{1}{3}$..1p

Finalizare 1p