



Șimleu Silvaniei, 13 Decembrie, 2014

Concursul Interjudețean de Matematică "Teodor Topan"
Ediția a IX-a

CLASA A IX-A

Problema 1 Fie n un număr natural nenul și a_1, \dots, a_n numere reale astfel încât $a_1 + \dots + a_n = n$. Arătați că $a_1^4 + \dots + a_n^4 \geq n$.

Problema 2 Fie a, b, c numere naturale care reprezintă lungimile laturilor unui triunghi. Arătați că:

a) dacă ecuația $x^2 + (a^2 + b^2 + c^2 + 1)x + ab + bc + ac = 0$ are rădăcini întregi, atunci triunghiul este echilateral.

b) dacă ecuația $x^2 + (2ab + 1)x + a^2 + b^2 = c^2$ are rădăcini întregi, atunci triunghiul este dreptunghic.

Problema 3 Date fiind 6 puncte distincte în interiorul unui disc de rază 1, arătați că există două dintre ele situate la distanță cel mult egală cu 1.

Problema 4 Fie a un număr natural nenul. Demonstrați că a este pătrat perfect dacă și numai dacă oricare ar fi $b \in \mathbb{N}^*$, există un număr $c \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $a + b \cdot c$ este pătrat perfect.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte. Timp de lucru: 3 ore.