



## Concursul interjudețean de matematică UNIREA 2015

Ediția a 14-a

Focșani, Ianuarie 2015

Clasa a 7-a

**Problema 1.** Se dă mulțimea

$$A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{5\sqrt{x} + \sqrt{p}}{\sqrt{x} + p\sqrt{p}} \in \mathbb{N} \right\}.$$

Determinați toate numerele naturale prime  $p$  de două cifre pentru care  $\text{Card}(A) = 4$ .

**Problema 2.** Să se determine numerele naturale nenule  $x, y$  și  $z$  pentru care

$$x^2 + 2y^2 = 2015 + 10^z.$$

**Problema 3.** Fie  $ABC$  un triunghi echilateral. Se consideră punctele  $D \in AC$  cu  $C \in (AD)$  și  $E \in BC$  cu  $C \in (BE)$  astfel încât  $[BD] \equiv [DE]$ .

(a) Demonstrați că  $[AD] \equiv [CE]$ .

(b) Știind că  $CD$  este perpendiculară pe  $DE$  și că aria triunghiului  $ABC$  este  $a > 0$ , determinați aria patrulaterului  $ABDE$ .

**Problema 4.** Se consideră triunghiul  $ABC$  și punctele  $E \in (AC)$ ,  $F \in (AB)$  și  $M \in (EF)$  astfel încât  $AF = CE$  și  $EM = FM$ . Știind că

$$\text{aria}[MBC] = \frac{1}{2} \cdot \text{aria}[ABC],$$

să se demonstreze că  $ABC$  este isoscel.

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte